

Correction Brevet des Collèges DNB Métropole - 27 Juin 2013

www.mathexams.fr / www.math93.com

Remarque : Le détail du barème est celui officiellement utilisé par les correcteurs.

Exercice 1.**1 + 1 + 2 = 4 points**

1. L'aire du carré MNPQ est égale à 10 cm^2 pour $\boxed{AM = 1 \text{ cm et } AM = 3 \text{ cm}}$.
2. Lorsque AM est égale à 0,5 cm, $\boxed{\text{l'aire de MNPQ vaut } 12.5 \text{ cm}^2}$.
3. L'aire de MNPQ est minimale pour $\boxed{AM = 2 \text{ cm}}$. Cette aire est alors de $\boxed{8 \text{ cm}^2}$.

Exercice 2.**4 × 1 = 4 points**

1. **Quelle est l'image de -3 par f ?**
On lit $\boxed{f(-3) = 22}$, donc l'image de -3 par f est 22.
2. **Calculer $f(7)$.**
La formule indiquée en case C2 est : $= -5 * C1 + 7$.
Donc la fonction affine f est définie par $f(x) = -5x + 7$.
On a donc : $\boxed{f(7) = -5 \times 7 + 7 = -28}$.
3. **Donner l'expression de f .**
La formule indiquée en case C2 est : $= -5 * C1 + 7$.
Donc la fonction affine f est définie par $\boxed{f(x) = -5x + 7}$.

Remarque : Cette question est redondante avec la précédente. Cela est sans doute dû à une erreur d'énoncé sur la question 2.

4. **On sait que $g(x) = x^2 + 4$. une formule a été saisie dans la cellule B3 et recopiée ensuite vers la droite pour compléter la plage de cellules C3 : H3. Quelle est cette formule ?**
La formule saisie est : $\boxed{=B1*B1+4}$ ou $\boxed{= B1 \wedge B2 + 4}$, on accepte même $\boxed{= B1^2 + 4}$.

Exercice 3.**1,5 + 1,5 + 1 + 2 = 6 points**

1. **Comparer le salaire moyen des hommes et des femmes.**

- **Le salaire moyen des femmes**, noté m_1 est :
$$m_1 = \frac{1\,200 + 1\,230 + 1\,250 + \dots + 2\,100}{10} = \frac{14\,500}{10}, \text{ soit } \boxed{m_1 = 1\,450 \text{ euros}}.$$
- **Le salaire moyen des hommes** est de $\boxed{1\,769 \text{ euros}}$.
- **Comparaison** : Le salaire moyen des hommes est donc supérieur à celui des femmes de 319 euros.

2. **On tire au sort une personne dans l'entreprise. Quelle est la probabilité que ce soit une femme ?**

Il y a 10 femmes sur un total de 30 employés, donc la probabilité que ce soit une femme est $\boxed{p = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}}$.

3. **Le plus bas salaire de l'entreprise est de 1 000 euros. Quel est le salaire le plus élevé ?**

Le salaire le plus bas des femmes est de 1 200 euros, donc le salaire le plus bas de l'entreprise, 1 000 euros est celui d'un homme.

On sait que l'étendue de la série des salaires des hommes est de 2 400 euros, donc le salaire le plus élevé de cette série est : $\boxed{1\,000 \text{ euros} + 2\,400 \text{ euros} = 3\,400 \text{ euros}}$.

Ce salaire est supérieur au salaire le plus haut des femmes, donc c'est le salaire le plus élevé de l'entreprise.

4. Dans cette entreprise combien de personnes gagnent plus de 2 000 euros ?

- **Chez les femmes :** Il y a 1 seule femme qui gagne plus de 2 000 euros ;
- **Chez les hommes :**
La médiane est de 2 000 euros, donc au moins la moitié des 20 hommes gagnent 2 000 euros ou plus.
Les salaires des hommes sont tous différents, de ce fait, le 10ème salaire est de 2 000 euros. Les salaires étant rangés par ordre croissant, les salaires hommes de rang 11 à 20 sont donc supérieurs strictement à 2 000 euros (il en a dix).
Il y a donc exactement 10 hommes qui gagnent plus de 2 000 euros.
- Au total, on a donc dans cette entreprise 11 personnes gagnent plus de 2 000 euros.

Exercice 4.**1,5 + 1,5 + 2 = 5 points****1. Figure 1 : Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.**

Le triangle ABC est rectangle en A donc : $\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

On a donc, $\widehat{ABC} = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$.

2. Figure 2 : Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

- Le point C appartient au cercle de diamètre [AB], en étant distinct des points B et A. De ce fait, le triangle ABC est rectangle en C et $\widehat{BCA} = 90^\circ$.
- La somme des trois angles du triangle ABC vaut un angle plat donc : $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$
 $\widehat{B} = 180^\circ - 90^\circ - 59^\circ = 31^\circ$
Soit $\widehat{ABC} = 31^\circ$.

3. Figure 3 : Déterminons la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.

- ABCDE est un pentagone régulier donc les cinq angles au centre sont égaux de mesure

$$\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ.$$

- Le triangle ABC est isocèle en O donc les angles à la base $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OBA}$ sont de même mesure.
De plus, la somme des trois angles du triangle ABO vaut un angle plat donc :
 $\widehat{AOB} + \widehat{OAB} + \widehat{OBA} = 180^\circ$.
 $72^\circ + 2 \times \widehat{OAB} = 180^\circ$.

- De ce fait : $\widehat{ABO} = \widehat{BAO} = \frac{180^\circ - 72^\circ}{2} = \frac{108^\circ}{2} = 54^\circ$.

- Pour conclure, il suffit de remarquer que $\widehat{ABC} = 2 \times \widehat{ABO} = 108^\circ$

Exercice 5.**1 + 1,5 + 1,5 + (3 points de compétences) = 7 points****1. Expliquer pourquoi il devra effectuer deux aller retour pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison.**

- **Calcul de la masse :**
Il a besoin de 300 parpaings donc il doit transporter une charge totale de : $300 \times 10 \text{ kg} = 3\,000 \text{ kg}$.
Cette charge dépasse la charge maximale du fourgon qui est de 1,7 tonnes soit 1 700 kg.
En deux aller retour il pourra transporter $2 \times 1\,700 = 3\,400 \text{ kg}$ soit plus que nécessaire.
- **Calcul du volume :**
Il reste à voir si la capacité en volume est respectée.
Le fourgon a un volume transportable de $\mathcal{V}_f = 2,6 \times 1,56 \times 1,84 = 7,46304 \text{ m}^3$.

Un parpaing a un volume de $V_p = 0,10 \times 0,50 \times 0,20 = 0,01 \text{ m}^3$

On a $\frac{7,46304}{0,01} = 746,304$, donc le fourgon peut, en volume, transporter au maximum 746 parpaings.

Il n'y a donc pas de contrainte de transport concernant le volume.

- Il devra bien effectuer **deux aller retour pour transporter les 300 parpaings jusqu'à sa maison.**

2. Quel sera le coût total du transport ?.

- **Prix de la location :** Puisqu'il faut deux-aller retour et que la distance séparant la maison du magasin est de 10 km, il doit faire au moins 40 km.

La formule 2 doit être demandée et le coût de la location du fourgon sera de 55 euros.

- **Coût du carburant :**

La consommation est de 8 Litres aux 100 km donc il va consommer pour les 40 km nécessaires :

$$\frac{8 \times 40}{100} = 3,2 \text{ Litres.}$$

Un litre de carburant coûte 1,50 euros donc le coût en carburant sera de :

$$\boxed{1,50 \times 3,2 = 4,80 \text{ euros}}$$

Le coût total du transport sera donc de : 55 euros + 4,80 euros = 59,80 euros.

3. Les deux tarifs de location du fourgon sont-ils proportionnels à la distance maximale autorisée par jour ?.

$48/30 = 1,6$ euro/km et $55/50 = 1,1$ euro/km Les tarifs ne sont donc pas proportionnels à la distance maximale autorisée.

Exercice 6.

2 + 1,5 + 2 = 5,5 points

1. a. Déterminer la hauteur SO du cône de sel.

- **Préliminaires :**

– les droites (BC) et (SO) sont perpendiculaires à (AO). Elles sont donc parallèles entre elles.

– Puisque SEL est isocèle en S, (SO) la hauteur issue de S, est aussi médiane issue de S.

Donc $EO = EL/2 = 2,5 \text{ m}$.

– On a $AO = AB + BE + EO = 3,2 + 2,3 + 2,5 = 8 \text{ m}$

- **Données :**

- $B \in [AO]$ et $C \in [AS]$;

- Les droites (BC) et (SO) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AC}{AS} = \frac{AB}{AO} = \frac{BC}{SO}$

$$\text{soit } \frac{AC}{AS} = \frac{3,2}{8} = \frac{1}{SO}$$

$$\text{Donc par produit en croix : } \boxed{SO = \frac{8}{3,2} = 2,5 \text{ m}}$$

b. Déterminer le volume de sel contenu dans le cône.

$$V = \frac{\pi \times EO^2 \times SO}{3} = \frac{\pi \times 2,5^2 \times 2,5}{3}$$

$$\boxed{V \approx 16 \text{ m}^3} \text{ au m}^3 \text{ près.}$$

2. Le sel est ensuite stocké dans un entrepôt sous la forme de cônes de volume $1\,000 \text{ m}^3$. Par mesure de sécurité, la hauteur d'un tel cône de sel ne doit pas dépasser 6 mètres. Quel rayon faut-il prévoir au minimum pour la base ? Arrondir le résultat au décimètre près.

On sait que $V_{\text{cône}} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$ donc $R^2 = \frac{3 \times V_{\text{cône}}}{\pi \times h}$ et puisque R est positif :

$$\boxed{R = \sqrt{\frac{3 \times V_{\text{cône}}}{\pi \times h}} = \sqrt{\frac{3\,000}{\pi \times 6}}}$$

On sait que $0 \leq h \leq 6$ donc R est minimal quand h est maximal soit pour $h = 6$ m.

Le rayon minimal est donc : $R_{min} = \sqrt{\frac{3\,000}{\pi \times 6}} \approx 12,6$ m

Exercice 7.**1,5 + 1,5 + 1,5 = 4,5 points**

Chacune des trois affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? On rappelle que les réponses doivent être justifiées.

1. Affirmation 1 : VRAIE

Dans un club sportif, les trois quarts des adhérents sont mineurs et le tiers des adhérents majeurs a plus de 25 ans. Un adhérent sur six a donc entre 18 ans et 25 ans.

Un quart des adhérents est donc majeur et deux tiers d'entre eux ont entre 18 et 25 ans.

$$\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

2. Affirmation 2 : FAUSSE

Durant les soldes si on baisse le prix d'un article de 30% puis de 20%, au final le prix de l'article a baissé de 50%.

– Méthode 1 : Démonstration générale

Après une baisse de 30% et une autre de 20%, le prix P est multiplié par :

$$P \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = P \times \frac{70 \times 80}{10\,000} = P \times \frac{56}{100} = P \times \left(1 - \frac{44}{100}\right)$$

Il y a donc une baisse de 44%

Méthode 2 : Un contre exemple suffisait :

Si un article coûte 100 euros,

– après une baisse de 30%, il coûte $100 - \frac{30}{100} \times 100 = 70$ euros ;

– après une autre baisse de 20%, il coûte $70 - \frac{20}{100} \times 70 = 70 - 14 = 56$ euros ;

La baisse est donc de 44%

3. Affirmation 3 : VRAIE

Pour n'importe quel nombre entier n , $(n+1)^2 - (n-1)^2$ est un multiple de 4.

Pour tout entier n , on obtient par développement :

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = (n^2 + 2n + 1) - (n^2 - 2n + 1)$$

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 + 2n - 1$$

$$(n+1)^2 - (n-1)^2 = 4n$$

Donc $(n+1)^2 - (n-1)^2$ est un multiple de 4.